

Carmen Batanero & Manfred Borovcnik: Statistics and Probability in High School

Sense Publishers

JÖRG MEYER, HAMELN

Man mag sich vor der Lektüre fragen: Wozu ein weiteres Buch, das den Inhalt des deutschsprachigen gymnasialen Stochastikunterrichts abdeckt? Im Vorwort des knapp 200 Seiten langen Buches wird deutlich, worum es gehen soll: Neben der internationalen Ausrichtung sollen vor allem die Beziehungen zwischen den verschiedenen Teilen der Schulstochastik deutlich werden; ferner soll jeweils deutlich werden, wo die Schwierigkeiten der Lernenden liegen und welche Missverständnisse zu erwarten sind, um aufgrund dieser Kenntnisse den Unterricht effizienter gestalten zu können. Hierin wird für deutschsprachige Leser der hauptsächliche Gewinn bei der Lektüre liegen. Daneben erwarten ihn nicht nur einige hübsche Ideen für den Unterricht, sondern auch manche erhellenden Einsichten.

Das Buch gliedert sich in fünf Abschnitte: Das einleitende Kapitel thematisiert nicht nur allgemeine Prinzipien des Stochastikunterrichts, sondern stellt gleichzeitig auch eine Einleitung in die weiteren vier Kapitel dar. In Kapitel 2 geht es um den explorativen Gebrauch der beschreibenden Statistik. Kapitel 3 hat den modellierenden Charakter der Wahrscheinlichkeiten zum Thema, danach geht es um Beziehungen zwischen zwei Merkmalen, also um den Themenkomplex Vierfeldertafel, Regression und Korrelation. Das letzte Kapitel befasst sich mit schließender Statistik. Dieser Gesamtbogen macht (wie auch schon der Titel des Buches) die „dienende Rolle“ der Wahrscheinlichkeitsrechnung deutlich (und wird auch in einigen deutschen Curricula in dieser Weise umgesetzt).

Dass das Verständnis stochastischer Prozeduren wichtiger ist als deren Ausführung, wird in Kap. 1 deutlich betont; hier wird wiederholt darauf hingewiesen, dass die Planung einer Datenerhebung und die Interpretation der gewonnenen Daten im Unterricht zentrale Rollen einzunehmen hat. Insbesondere die Problematik der Datenerhebung wird auch in Deutschland gerne unterschätzt (ich kann mich noch gut an den Widerstand erinnern, den mir Kollegen entgegengebracht haben, nachdem ich diesem Thema im niedersächsischen Kerncurriculum einen eigenen Lernbereich zuerkannt hatte).

Das erste Kapitel geht auch auf die Rolle der Technologie ein und beschreibt insbesondere die Gefahr, dass Simulationen die frequentistische Deutung von Wahrscheinlichkeit sehr in den Vordergrund stellen.

Selbstverständlich werden die Konzepte der „statistical literacy“ vorgestellt und das damit zusammenhängende Konzept statistischen Denkens mit dem PPDAC-Kreislauf (Problem, Planung, Datenerhebung, Analyse der Daten, Conclusion und Rückbezug zum Ausgangsproblem).

Das Kapitel über den explorativen Gebrauch der beschreibenden Statistik fokussiert auf das Finden von Mustern in Daten (ohne dass hier schon inferentielle Gesichtspunkte im Vordergrund stünden). Eine Unterrichtseinheit, deren Kontext und deren Daten fragegenerierend sind, wird ausführlich geschildert, und es werden die Vor- und Nachteile unterschiedlicher graphischer Veranschaulichungen der Daten benannt. Sehr positiv zu vermerken ist die Identifikation von Metastrategien der Exploration.

Wie in jedem Kapitel, gibt es auch eine Schilderung der Schwierigkeiten, die Lernende mit dem Begriff des arithmetischen Mittels, des Medians und mit graphischen Veranschaulichungen überhaupt haben können; häufig anzutreffende Missverständnisse werden benannt. Es wäre schön gewesen, wenn die Autoren auch auf die erheblichen Probleme eingegangen wären, die Schülerinnen und Schüler mit der Entscheidung haben, in welchen Sachsituationen und für welche Fragestellungen das arithmetische Mittel oder der Median angemessener sind.

Das dritte Kapitel über Wahrscheinlichkeit behandelt zunächst die konkurrierenden Konzepte „frequentistisch“ und „subjektivistisch“ (mit der Formel von Bayes als Bindeglied) und bemerkt, dass der (für die Schule weitgehend irrelevante) axiomatische Zugang die frequentistische Deutung favorisiert. Später im Kapitel werden die didaktischen Vor- und Nachteile (zusammen mit dem Laplace-Ansatz) diskutiert; dabei wird auch deutlich gemacht, dass der „Ort“ der Wahrscheinlichkeit beim subjektivistischen Zugang in der beurteilenden Person und beim frequentistischen Zugang im beobachteten Objekt liegt. Der

modellierende Charakter der Wahrscheinlichkeit wird herausgestellt; diese wird konsequenterweise als „virtuelle Entität“ aufgefasst und nicht als reale Eigenschaft.

Es wird auch eine recht schöne Unterrichtsidee vorgestellt, die zum subjektivistischen Begriff führt. Es schließen sich Überlegungen und Darstellungen von Schwierigkeiten an, die mit bedingten Wahrscheinlichkeiten und dem Begriff der stochastischen Unabhängigkeit zu tun haben.

Das Bernoulli'sche schwache Gesetz der großen Zahlen wird begründet; hier hätte man sich eine deutlichere (über die Bemerkung unten auf S. 94 hinausgehende) Abgrenzung zu den üblichen Missverständnissen gewünscht. Es wird auch ein qualitativer Zugang zur Normalverteilung dargestellt (mit einem schönen Beispiel oben auf S. 92).

Die Darstellung von Fehlvorstellungen zur Wahrscheinlichkeit ist für jeden Lehrer hilfreich.

Das vierte Kapitel befasst sich mit der Erkundung und Modellierung von Situationen, die durch zwei Merkmale geprägt sind. Nach einer ausführlichen Darstellung der Möglichkeiten und Grenzen von Vierfeldertafeln in der beschreibenden Statistik führen die (in einer sinnvollen Beispielserie eingeführten) Scatter Plots zu verschiedenen Korrelationsmaßen mit unterschiedlicher Aussagekraft, um erst dann zur (linearen) Regression überzugehen.

Die Schwierigkeiten, die Lernende mit der Interpretation etwa der Korrelationsmaße haben, findet man vor allem in der Literatur der Psychologen. Allerlei dort dargestellte Missverständnisse sind natürlich auch im Mathematikunterricht anzutreffen; es ist immer gut, wenn der Lehrer diese kennt.

Das letzte Kapitel über Stichproben und Inferenzmethoden liefert zunächst eine ausführliche Darstellung der „tea testing lady“ von Fisher, allerdings in einer wesentlichen, Unabhängigkeit gewährleistenden, Abwandlung und ohne vorschnell zu Hypothesentests überzugehen. Der in dieser Zeitschrift schon unterschiedlich behandelte p -Wert wird hier als bedingte

Wahrscheinlichkeit (unter der Bedingung, dass eine Hypothese wahr sei) verstanden. Prognoseintervalle liefern „intuitive“ Konfidenzintervalle (S. 172). Hier muss der Lehrer abwägen, ob ein solcher Zugang den wesentlichen Unterschied zwischen beiden Intervallarten nicht verstellt. Dass ein (mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit s berechnetes) Konfidenzintervall mit der Wahrscheinlichkeit s den wahren Wert überdeckt, wird nicht begründet. Erst nach den Konfidenzintervallen wird das Testen behandelt (unter sinnvoller Beschränkung auf Alternativtests). Hier hätte man sich als Leser gewünscht, wenn die Autoren intensiver auf den Zusammenhang zwischen Konfidenzintervallen und Hypothesentests eingegangen wären und auch darauf, welche Rolle hier jeweils der p -Wert spielt.

Erhellend sind hier wieder die möglichen Missverständnisse und Fehlvorstellungen, die man in der schließenden Statistik haben kann. Interessant sind verschiedene Typen von Fehlschlüssen, wenn es um die Variabilität von Stichproben geht (S. 186 oben). Dass bei der Schätzung eines Mittelwerts schon erhebliche sprachliche Probleme auftreten, wird auf S. 187 geschildert.

Zum Schluss des Kapitels wird auf Resampling-Methoden im Unterricht eingegangen, um einen „theoriearmen“ Zugang zum Schließen zu ermöglichen. Der Nachteil, dass dadurch der frequentistische Zugang sehr favorisiert wird, wird klar gesehen. Es ist fernerhin sehr zu berücksichtigen, dass die Grundidee, aus einer einzigen (möglicherweise sehr ungewöhnlichen) Stichprobe auf die Grundgesamtheit zu schließen, auf erhebliche Verständnisprobleme stoßen kann. Hier wäre es auch schön gewesen, wenn die Autoren die Grenzen der Anwendbarkeit des Resampling kurz erwähnt hätten.

Das umfangreiche Literaturverzeichnis ist angelsächsisch ausgerichtet und umfasst nur zu jeweils etwa 4 % deutsch- oder spanischsprachige Artikel. Aus diesem Grunde sind viele Beiträge, die den Stochastikunterricht in Deutschland stark beeinflusst haben, gar nicht aufgeführt.